

существенно зависит от частоты либрационного воздействия. Так, в случае либраций низкой частоты скорость дифференциального вращения непостоянна и периодически изменяется с частотой либраций Ω_{lib} . При этом интенсивность дифференциального вращения возрастает пропорционально квадрату амплитуды модуляции ε . В свою очередь амплитуда угловых покачиваний ядра определяется отношением частоты либраций $\Omega \equiv \Omega_{\text{lib}}/\Omega_{\text{rot}}$ и обратного времени спинапа $1/\tau \approx E^{1/2}$, где $E \equiv v/\Omega_{\text{rot}}R^2$ – число Экмана, R – радиус полости, – кинематическая вязкость жидкости. При совпадении частоты либраций со скоростью вращения полости ($\Omega=1$) траектория движения ядра относительно полости становится некруговой. В результате интенсивность отстающего дифференциального вращения ядра резонансным образом уменьшается.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-31-60099).

Список публикаций:

[1] Козлов В. Г., Козлов Н. В., Субботин С. В. // Докл. РАН. 2014. Т. 454. № 2. С. 173.

Гигантский деформационный отклик при изгибном лэмбовском движении волны типа s_0 в тонкопленочной пьезоструктуре

Пожаров Андрей Юрьевич

Южный федеральный университет

Радченко Григорий Сергеевич

pozharova49@mail.ru

Структуры с интенсивным движением лэмбовских волн вызывают повышенный интерес исследователей. Это связано с тем, что в случае, когда длина тонкой и узкой пластинки становится намного больше, чем размер в других направлениях, наблюдается ряд необычных эффектов. Природа этих явлений связана с распространением в этих структурах волновых деформационных полей. Характерные размеры деформаций в поперечном направлении в случае эйлеровской балки становятся сравнимыми с шириной образца. Это приводит к сильной гармонической зависимости электрического поля в образце от продольной координаты из-за изменения толщины образца. Рассмотрим пьезоэлектрическую пластину длины L (x – направление), ширины W (y -направление) и толщины d (z -направление). Ширина и толщина пластины предполагаются намного меньше, чем ее длина ($W \ll L$, $d \ll L$). Пластина поляризована вдоль оси z . Приложенное электрическое поле направлено вдоль оси z в поперечном направлении. Образец обладает трансверсальной изотропией физических свойств (типы симметрии 4mm, 6mm и ∞ mm). Поверхности пластины предполагаются свободными. Так как пластинка тонкая и узкая, мы можем пренебречь механическими напряжениями T_2 и T_3 в y - и z - направлениях. На поверхности пластины, перпендикулярные оси z , нанесены тонкие металлические электроды (как правило, серебряные), которые создают электрическое поле внутри образца и деформируются при распространении волны. Так как потенциалы верхней и нижней поверхностей не равны, то существует z – компонента электрического поля (E_3 в z -направлении). Уравнения для компонент тензора деформации S_1 и компоненты вектора электрической индукции D_3 могут быть записаны в следующей форме:

$$S_1(x) = s_{11}T_1(x) + d_{31}E_3(x); D_3(x) = d_{31}T_1(x) + \varepsilon_{33}E_3(x) \quad (1)$$

Здесь s_{11} , d_{31} и ε_{33} это упругая податливость, трансверсальный пьезоэлектрический модуль и диэлектрическая проницаемость пластины соответственно. Уравнение акустических колебаний может быть записано в стандартной форме (2)

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

Здесь u_j есть вектор деформации, ρ – есть плотность пластинки.

Получая из (1) выражение для механического напряжения T_1 , подставляя его в (2) получаем дифференциальное уравнение (3)

$$\rho \omega^2 u_x - \frac{1}{s_{11}} \frac{d^2 u_x}{dx^2} = -\frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{dE_3}{dx} \quad (3)$$

Электрическое поле в пластине может быть записано следующим образом: $E_3(x) = \frac{U}{(d + u_z(x))}$. Здесь U

это приложенное напряжение, u_z есть смещение в z -направлении, которое совпадает с направлением

поляризации образца. После некоторых преобразований, учитывая, что в большинстве случаев мы имеем $u_z \ll d$, мы получаем дифференциальное уравнение (4) для вектора продольного смещения.

$$\rho \omega^2 u_x - \frac{1}{s_{11}} \frac{d^2 u_x}{dx^2} = \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\mu U}{d^2} \frac{du_x}{dx} \quad (4)$$

Решая данное уравнение и используя граничные условия, мы получаем выражение для вектора деформации. Трансверсальный пьезокоэффициент может быть получен путем усреднения деформации и последующего деления на эффективное электрическое поле. Итого получаем:

$$d_{31}^* = 2 \frac{d_{31}}{\rho \cdot s_{11} L^2 \omega^2} \frac{(\exp(p_2 - p_1) + \exp(p_2 + p_1) - \exp(2p_2) - 1)}{(\exp(2p_2) - 1)} p_2 \quad (5)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$p_1 = \frac{d_{31} L s_{13} U}{2 d^2 s_{11}}, \quad p_2 = \frac{L}{2 d^2 s_{11}} \left(d_{31}^2 s_{13}^2 U^2 - 4 d^4 \rho s_{11}^3 \omega^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Обычно $p_1 \ll \pi$. При $p_1 = 0$ соотношение (5) переходит в обычную гармоническую модель [1]. Резонансная частота в рамках настоящей модели определяется формулой (6) и зависит от введенных выше параметров модели:

$$f_{res} = \frac{1}{4\pi L} \sqrt{\frac{4\pi^2 + \left(\frac{d_{31} L s_{13} U}{d^2 s_{11}} \right)^2}{\rho \cdot s_{11}}} \quad (6)$$

Результаты расчетов показаны на рис. 1.

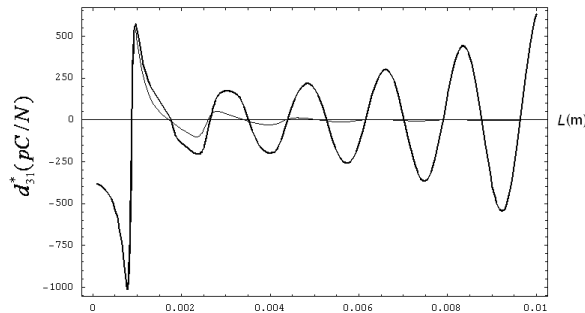


рис. 1. Зависимость действительной части эффективного пьезомодуля d_{31}^* от длины пластины в x -направлении согласно теории [1] (тонкая кривая) и согласно формуле (5), жирная кривая. Для расчетов взяты константы керамики ПКР-73, параметры модели следующие: $U=1000$ V, $\rho=7500$ kg/m³, $\epsilon_{33}/\epsilon_0=6000$, $s_{11}=17,9 \cdot 10^{-12}$ м²/Н, $s_{13}=-6,8 \cdot 10^{-12}$ м²/Н $d_{31}=-380$ pC/N, $d=10$ мкм, $f=1,6$ МГц, коэффициент затухания χ предполагался равным 106 rad/s.

Результаты расчетов позволили сформулировать следующие выводы:

1. Для наблюдения эффектов, вызываемых лэмбовскими волнами, требуются высокие частоты внешних воздействий и значительные внутренние электрические поля.
2. Для возбуждения значительных лэмбовских деформаций следует применять среды с наибольшим коэффициентом Пуассона.
3. Резонансная частота пластинчатого актюатора из керамики типа ПКР-73 падает с ростом величины d .

Список публикаций:

[1] У. Мэзон, Физическая акустика, Издательство «Мир». Москва. 1966. 589 стр.